«Математическое моделирование и компьютерные технологии в процессах разработки месторождений»

УДК 622.276.66.001.57

© Е.О. Сазонов, Д.Р. Дияров, И.Л. Хабибуллин, 2024

Публикуется в авторской редакции

Новый подход к моделированию многостадийного гидроразрыва пласта на основе полученного решения для единичной трещины

A new approach to modeling multi-stage hydraulic fracturing based on the obtained solution for a single crack

E.O. Сазонов<sup>1</sup>

Д.Р. Дияров<sup>1,2</sup>

И.Л. Хабибуллин $^2$ 

E.O. Sazonov<sup>1</sup> D.R. Diyarov<sup>1,2</sup>

I.L. Khabibullin<sup>2</sup>

<sup>1</sup>ООО «Башнефть–Добыча»

<sup>2</sup>Уфимский университет науки и технологий

<sup>1</sup>PJSC Bashneft

<sup>2</sup>Ufa University of Science and Technology

Адрес для связи: Sazonoveo@bashneft.ru E-mail: Sazonoveo@bashneft.ru

Многостадийный гидроразрыв пласта (МГРП) является одним из основных способов добычи трудноизвлекаемых запасов нефти и газа. Эффект от МГРП объясняется вкладом каждой трещины (порта) в суммарную дополнительную добычу. Особенно важным фактом является то, что при многостадийном разрыве пласта генерируется обширная сеть вторичных трещин, а также стимулируются первичные трещины в случае их наличия, что в значительной степени определяет технологическую и экономическую эффективность мероприятия.

Прогнозирование добычи нефти после гидроразрыва основано на математическом моделировании, которое позволяет определить рациональную стратегию добычи для достижения максимальной добычи нефти или газа. Одной из важнейших задач при этом является определение оптимального количества стадий гидроразрыва пласта.

В данной работе использовано решение, полученное с применением прямых преобразований Лапласа и Фурье и с численным методом Стефеста обратного преобразования Лапласа. За основу была взята модель из работы [1] и полученное в ней

решение уточнено. Результаты сопоставления без деталей математических выводов представлены в данной работе.

Аналитические модели, исследующие процесс фильтрации жидкости к трещине, достаточно хорошо известны в литературе и в основном представляют собой локальные решения. Локальные решения — это решения уравнения пьезопроводности для конкретного режима течения, например, для линейного или радиального. Из-за возможной комбинации режимов течения во время добычи, велик риск выбрать модель, соответствующую неверному режиму, что приведет к ошибочному представлению о текущем состоянии пласта. Более общие решения могут моделировать полный набор режимов течения.

Так, например, модели трилинейной фильтрации и расширенной области трещин, позволяют предотвратить ошибки при применении локальных решений линейных режимов (решений линейного и билинейного режима), так как они способны учесть некоторые режимы и эволюцию потока [2].

Линейный и билинейный режимы течения достаточно подробно рассмотрены в работах [3-5]. Решение для трилинейного нестационарного режима фильтрации было получено в работе [7].

Широко применяют аналитические модели включает модель трилинейного потока (TLF) [8] и модель расширенной области трещин (EFR) [9]. Последняя позволяет учесть измененные свойства пласта вблизи трещины.

Целью настоящей работы является построение упрощенной численно-аналитической модели для прогнозирования дебита скважины с МГРП и использования этой модели для экспресс-оценки оптимального количества портов МГРП. Так, в работе [10] предлагается метод прогнозирования работы горизонтальной скважины с МГРП с стимулированной зоной в пластах сланцевого газа. Для построения математической модели скважины с МГРП используется принцип суперпозиции решения для точечного источника. Такой подход позволяет более точно рассчитать дебит нефти, однако за счет сложной математической модели оперативное решение прямой и обратной задачи с помощью нее, будет трудоемким. В работе [11] предлагается метод для оценки оптимального

количества трещин гидроразрыва пласта у горизонтальной скважины для повышения экономической эффективности. Недостатками метода является сложность реализации численного алгоритма и допущение о псевдостационарной фильтрации в трещинах и пласте.

#### Физическая и математическая постановка задачи

В ограниченном по направлениям «х», «у», «z» пласте, насыщенном однородной жидкостью, имеется горизонтальная скважина, которая пересекается симметричной относительной скважины вертикальной трещиной гидроразрыва по всей его толщине. Скважина и сама трещина расположены в пласте не симметрично. Пласт вокруг скважины имеет зону модифицированных свойств. Гидравлическая связь пласта и скважины реализуются только через боковую поверхность трещины. Таким образом рассматривается несколько регионов модели:

- 1. Нестимулированная область, описывается двумерным уравнением пьезопроводности.
  - 2. Стимулированная область пласта с одномерным уравнением пьезопроводности.
- 3. Прилегающие к стимулированной и нестимулированной областям два региона с одномерными уравнениями пьезопроводности.
  - 4. Вертикальной трещины гидроразрыва.

Схема показана на рисунке 1. Скважина запускается в момент времени t=0 и работает с заданным забойным давлением  $P_w$ , начальное давление по всюду одинаково и равно  $P_0$ . Считается что, границы пласта непроницаемы, т.е задано граничное условие Неймана.

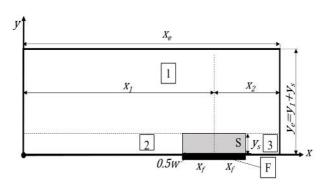


Рис. 1. Схема области фильтрации: 1 – пласт,2,3- пласт, Прилегающий к стимулированной зоне, S – скин-зона, F – трещина

$$\frac{\partial \overline{P}_{D1}}{\partial x_D} \underset{x_D = x_{De}}{x_D = 0} = 0 \tag{1}$$

$$\frac{\partial \overline{P}_{D1}}{\partial y_D} \Big|_{\substack{y_D = 0 \\ y_D = y_{De}}} = 0 \tag{2}$$

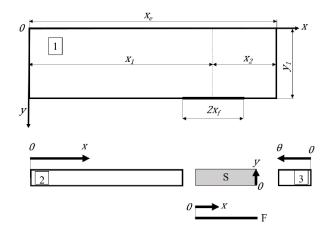


Рис. 2. Схема области фильтрации: 1 – пласт,2,3- пласт, Прилегающий к стимулированной зоне, S – скин-зона, F – трещина.

Требуется определить дебит скважины с трещиной гидроразрыва.

# Решение для дебита трещины

Все уравнения ниже приводятся с учетом безразмерных переменных, которые определяются следующим образом:

$$t_D = \frac{\kappa}{x_f^2} t , \quad x_D = \frac{x}{x_f} , \quad y_D = \frac{y}{x_f}$$

$$R_k = \frac{k}{k_s} , R_{\kappa} = \frac{\kappa}{\kappa_s} , \quad R_{\kappa f} = \frac{\kappa}{\kappa_f}$$

$$\kappa = \frac{k}{C_t \varphi \mu} , \quad \kappa_f = \frac{k_f}{C_{tf} \varphi_f \mu}$$

$$q(t) = \frac{2kh(P_i - P_w)}{\mu B} q_D(t_D)$$

$$P_D = \frac{P_i - P}{P_i - P_w}$$

$$F_{CD} = \frac{wk_f}{x_f k}$$
 ,  $F_{CDS} = \frac{wk_f}{x_f k_s}$ 

$$a_1 = \frac{R_k \sqrt{s}}{2} \{ \tanh \left[ \sqrt{s} (x_{D1} - 1) \right] + \\ + \tanh \left[ \sqrt{s} (x_{D2} - 1) \right] \} + R_{\kappa} s$$

$$a_2 = \frac{\sinh(\sqrt{a_1}y_{Ds})}{s}$$
,  $a_3 = \frac{\cosh(\sqrt{a_1}y_{Ds})}{s}$ 

$$a_4 = \coth(\sqrt{a_1}y_{DS}), a_5 = \frac{2a_4\sqrt{a_1}}{F_{CDS}} + sR_{\kappa f}$$

$$a_6 = \frac{2\sqrt{a_1}}{F_{CDS}sa_2}, a_7 = \frac{\tan h(\sqrt{a_5})}{s\sqrt{a_5}}$$

Решение для безразмерного притока жидкости к трещине в замкнутом пласте получено с помощью преобразований Лапласа и Фурье и имеет вид:

$$\bar{q}_D = F_{CD}a_7(a_5 - sa_6\bar{P}_{D1s})(3)$$

По теореме об интегрировании оригинала, было получено выражение для безразмерной  $Q_D$  и размерной Q накопленной добычи нефти:

$$Q_D(t_D) = \int q_D(u) du$$
 (4)

$$Q(t) = \frac{2kh(P_i - P_w)}{\mu B} \frac{x_f^2}{\kappa} \times$$

$$\times L^{-1} \left[ \frac{\bar{q}_D(s)}{s} \right] (5)$$

 $L^{-1}$  - обратное преобразование Лапласа. Использовался численный алгоритм Стефеста.

$$\bar{P}_{D1s}(s) = 
\begin{bmatrix}
\frac{R_k}{s\bar{P}_{D1su}(s)\sqrt{a_1}} + a_4 + \frac{a_6a_2}{a_5}s \\
-\frac{a_6a_2a_7}{a_5}s^2 - \frac{a_6a_3a_4}{a_5}s \\
+\frac{a_6a_3a_4a_7}{a_5}s^2
\end{bmatrix}^{-1} \times$$

$$\times s \, a_7(a_3a_4 - a_2) \tag{6}$$

$$\bar{P}_{D1su}(s) = \frac{2\cot h(\sqrt{s}y_{D1})}{x_{De}s\sqrt{s}} + \frac{x_{De}}{\pi^2 s} \times$$

$$\times \sum_{n=1}^{\infty} \left\{ \begin{bmatrix} \frac{\cot h(\xi_n y_{D1})}{n^2 \xi_n} \times \\ \sin \left( \frac{n\pi}{x_{De}} (x_{D1} + 1) \right) \\ -\sin \left( \frac{n\pi}{x_{De}} (x_{D1} - 1) \right) \end{bmatrix}^2 \right\}$$
(7)

Важно отметить, что в работе [1] (SPE-176025) приводится решение для давления  $\bar{P}_{D1su}(s)$  с отличием в удвоенной сумме бесконечного ряда. Далее будет показано расхождение накопленной добычи нефти между численной моделью, предложенным решением (5) в настоящей работе и в работе [1].

## Валидация решения для единичной трещины

Для была проверки корректности решения подготовленная численная гидродинамическая модель с мелкой сеткой и произведены расчеты с помощью коммерческого симулятора. Полученные на численной модели результаты были сопоставлены с аналитическим решением. Численная модель состоит из 98100 ячеек: 436 ячеек по координате (x), 225 — по координате (y). Сама трещина расположена по середине модели, в слое координатой (y) = 113, при этом размер  $\Delta y = 2 \cdot 10^{-2}$  м, затем в каждую из обеих сторон от трещины следуют 20 слоев с размерами  $\Delta y = 0.1$  м, 80 слоев  $\Delta y = 1 \text{ м}$  и 12 слоев  $\Delta y = 10 \text{ м}$ . По координате «х» в обе стороны от ячейки, в которой находится скважина – по 130 слоев с размерами  $\Delta x = 1$ м, а остальные –  $\Delta x = 10$ м. Параметры модели, одинаковые для всех расчётов приведены в таблице 1.

Таблица 1.

Название	Обозначение	Величина
Пластовое давление, Па	$P_i$	2.00E+07
Забойное давление, Па	$P_{w}$	1.00E+07
Вязкость нефти, мПа* с	μ	1.50E-02
Пористость пласта, д. ед.	$\varphi_r$	0.19
Пористость трещины, д. ед.	$\varphi_f$	0.19
Пористость скин-зоны, д. ед.	$\varphi_{s}$	0.19
Проницаемость скин-зоны, м^2	$k_s$	1.00E-14
Полудлина трещины, м	$x_f$	100
Толщина пласта, м	h	3
Сжимаемость пласта, 1/ Па	$C_r$	1.00E-10
Сжимаемость трещины, 1 / Па	$C_f$	1.00E-10
Сжимаемость пласта, 1 / Па	$C_{S}$	1.00E-10
Сжимаемость нефти, 1 / Па	$C_o$	7.00E-10
Насыщенность нефтью, д. ед.	$S_o$	1
Объемный коэффициент нефти, д. ед.	$B_o$	1.02
Раскрытие трещины, м	w	0.02
Длина области дренирования, м	<i>y</i> <sub>1</sub>	200
Расстояние от левой части трещины до границы, м	$x_1$	1820
Расстояние от правой части трещины до границы, м	<i>x</i> <sub>2</sub>	190
Длина скин-зоны,м	$y_s$	2
Расстояние от левого торца скважины до левой границы модели	$y_{ol}$	500
Расстояние от правого торца скважины до правой границы модели	y <sub>or</sub>	500

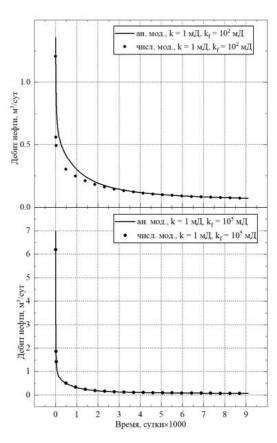


Рис. 3 Сопоставление дебитов нефти трещины.

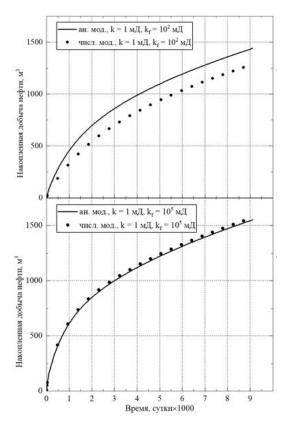


Рис. 4 Сопоставление накопленной добычи нефти трещины.

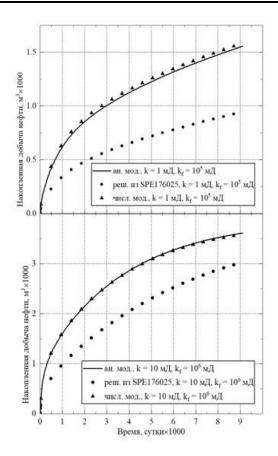


Рис. 5 Сопоставление накопленной добычи нефти трещины.

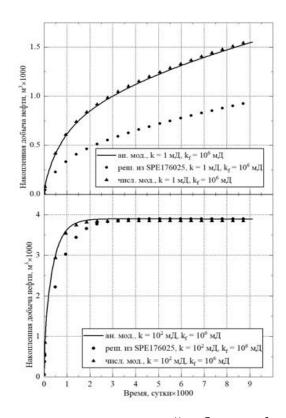


Рис. 6 Сопоставление накопленной добычи нефти трещины.

При высоких проницаемостях трещины наблюдается хорошая сходимость с численным расчетом.

### Моделирование МГРП в условиях ограниченного по простиранию пласта

Подход к использованию полученного решения притока единичной трещины ГРП для моделирования многостадийного ГРП на скважине в условиях ограниченной по простиранию залежи основывается на принципе суперпозиции решений. Он реализован через уменьшение площади дренирования каждой из трещин при увеличении их количества.

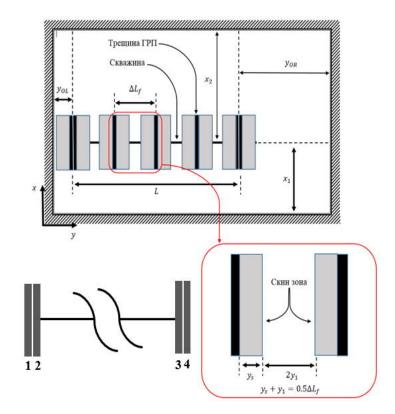


Рис. 7. Расчетная область ограниченной залежи.

Итоговая аналитическая модель скважины с МГРП будет приближенной, что является недостатком такого подхода. Рассмотрим алгоритм построения решения.

- 1) Задается количество ГРП на 1 скважине: N
- 2) Длина скважины: L
- 3) Задается расположение скважины по латерали относительно границ пласта:

 $y_{OL}$  и  $y_{OR}$  расстояние до восточной и западной границы пласта соответственно от начало и конца горизонтальной скважины.

 $x_1$  и  $x_2$  расстояние от южной и северных границ модели.

4) Исходя из заданных геометрических размеров и количества трещин ГРП рассчитывается расстояние между трещинами по формуле:

$$\Delta L_f = \frac{L}{N-1}$$

- 5) Логика использования математической модели:
- для (N-2) внутренних трещин используются одинаковые формулы и параметры их геометрических зон. Пусть соответствующие решения будут обозначаться  $Q_{inner}$ , где

$$Q_{inner} = Q(\Delta L_f/2, y_s, x_2, x_1)$$

-для половины поверхности трещины первой и последней трещины будет получено решение  $Q_{inner} \cdot 0,5$  для каждой половины.

Рассмотрим более детально первую и последнюю трещину каждая из которых состоит из двух «берегов» - половин.

(1 и 4) - Внешние половины первой и последней трещины с решением соответственно 0,5 ·  $Q_{outerL}$  и 0,5 ·  $Q_{outerR}$ 

$$Q_{outerL} = Q(y_{OL}, y_s, x_2, x_1)$$

$$Q_{outerL} = Q(y_{OL}, y_s, x_2, x_1)$$

- (2 и 3) Внутренние половины первой и последней трещины с решением:  $0.5 \cdot Q_{inner}$
- 6) Итого накопленная добыча нефти рассматриваемой скважины будет выражаться как сумма решений каждой трещины или соответствующих половин.

$$Q_w = (N-1)Q_{inner} + 0.5 \cdot (Q_{outerR} + Q_{outerL})$$
(7)

### Валидация предложенного метода

Проверка корректности предложенного подхода моделирования скважины с МГРП осуществлялась на основе численной модели, описанной в пункте 4 в которой была добавлена горизонтальная скважина с 5 трещинами гидроразрыва, рис. 8.

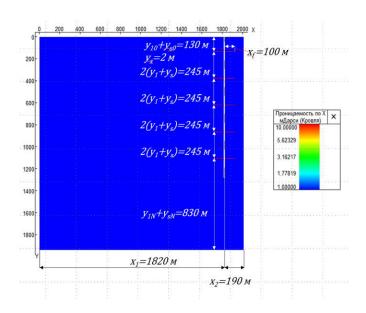


Рис. 8. Карта проницаемости.

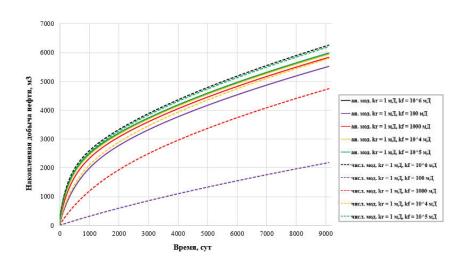


Рис. 9. Сопоставление накопленной добычи нефти для скважины с МГРП в условиях низкопроницаемого пласта (1 мД) для различной проницаемости трещин.

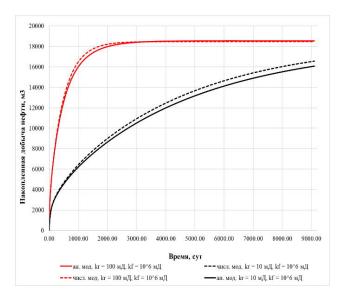


Рис. 10. Сопоставление накопленной добычи нефти для скважины с МГРП в условиях высокопроницаемого пласта (10 и 100 мД) для различной проницаемости трещин.

Хорошая сходимость накопленной добычи нефти, рассчитанной по формуле (7) с численной моделью наблюдается при значениях проницаемости трещин >= 1E4 мД. Отклонение от расчета составляет не более 5% за 20 лет добычи.

# Расчет оптимального количества трещин МГРП.

Для следующих свойств были рассчитаны варианты трещин ГРП для отложений C2ks1.

Таблица 2.

CHICAGO CONTROL OF THE CONTROL OF TH		
Название	Обозначение	Величина
Пластовое давление, Па	$P_i$	9.50E+06
Забойное давление, Па	$P_{w}$	2.00E+06
Вязкость нефти, мПа* с	μ	1.40E-02
Пористость пласта, д. ед.	$\varphi_r$	0.19
Пористость трещины, д. ед.	$\varphi_f$	0.19
Полудлина трещины, м	$x_f$	100
Проницаемость пласта, м^2	$k_r$	1.00E-14
Проницаемость трещины, м^2	$k_f$	1.00E-06
Толщина пласта, м	h	3
Сжимаемость пласта, 1 / Па	$C_r$	1.00E-10
Сжимаемость трещины, 1/ Па	$C_f$	1.00E-10
Сжимаемость нефти, 1 / Па	$C_o$	7.00E-10
Насыщенность нефтью, д. ед.	$S_o$	1
Объемный коэффициент нефти, д. ед.	$B_o$	1.02
Раскрытие трещины, м	w	0.02
Длина области дренирования, м	$y_1$	1300
Ш ирина области дренирования, м	$x_e$	1000
Длина ствола скважины, м	L	300
Время работы скважины, г	T	10
Расстояние от левого торца скважины	$y_{ol}$	500
до левой границы модели		
Расстояние от правого торца	$y_{or}$	500
скважины до правой границы модели	701	

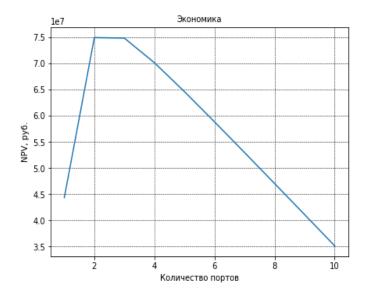


Рис. 11 Зависимость условной прибыли от количества трещин (при цене нефти 61 тыс. руб./т и стоимости одного ГРП в 1 млн. руб.)

Видно, что в условиях ограниченной залежи экономически целесообразно проводить порядка 2-3 порта ГРП.

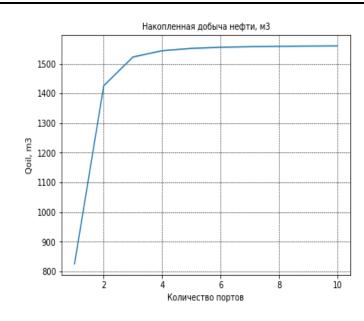


Рис. 12 Зависимость накопленной добычи нефти от количества трещин ГРП.

#### Выводы

- 1) Уточнено известное решение для определения притока в трещину в условиях замкнутой залежи (с граничным условием Неймана по внешнему периметру модели, исключающему Область самой трещины)
- 2) На основе уточненного решения предложен новый и простой алгоритм прогноза технологических показателей горизонтальной скважины с многостадийным ГРП.
- 3) С его помощью возможно определить оптимальное количество трещин при заданных геологических условиях.
- 4) При высоких проницаемостях трещины ( $k_f >= 10^4 \ \text{мД}$ ) наблюдается хорошая сходимость с численным расчетом: отклонение от расчёта на мелкой сетке менее 5% за более чем 20 лет добычи.

«Математическое моделирование и компьютерные технологии в процессах разработки месторождений»

#### Обозначения

```
k — проницаемость пласт, м<sup>2</sup>
\mu — вязкость флюида, Па*сек
h — толщина пласта, м
у - протяженность пласта, м
x — ширина пласта, м
x_f — полудлина трещины, м
 w – полуширина трещины, м
P_{i} — начальное пластовое давление, Па
P_w — забойное давление, Па
\varphi — пористость, доли ед.
\varkappa — коэффициент пьезопроводности, M^2/c
F_{CD} безразмерная проводимость трещины
r - пласт (индекс)
f - трещина (индекс)
s - скин-зона (индекс)
o — нефть (индекс)
D безразмерная переменная (индекс).
~ конечное косинус (синус) преобразование Фурье.

преобразование Лапласа.
```

#### Список литературы

*s* переменная Лапласа.

- 1. *Heidari Sureshjani M., Clarkson C. R.* An Analytical Model for Analyzing and Forecasting Production From Multifractured Horizontal Wells With Complex Branched-Fracture Geometry // SPE Reservoir Evaluation and Engineering. 2015. ABr. T. 18, № 03. C. 356—374. ISSN 1094-6470. DOI: 10.2118/176025-PA.eprint:https://onepetro.org/REE/article-pdf/18/03/356/2131640/spe-176025-pa.pdf.
- 2. *Cinco-Ley H., Samaniego-V. F.* Transient Pressure Analysis for Fractured Wells // Journal of Petroleum Technology. 1981. Сент. Т. 33, 09. С. 1749—1766. DOI: 10.2118/7490-pa.
- 3. Cinco-Ley H., Samaniego V. F. Effect Of Wellbore Storage And Damage
  On The Transient Pressure Behavior Of Vertically Fractured Wells // SPE
  Annual Fall Technical Conference and Exhibition. Denver, Colorado:
  Society of Petroleum Engineers, 01.1977. ISBN 9781555637323. DOI:10.2118/6752-ms.
- 4. *Cinco-Ley H., Samaniego V. F.* Transient Pressure Analysis: Finite Conductivity Fracture Case Versus Damaged Fracture Case // SPE Annual Technical Conference and Exhibition. San Antonio, Texas: Society of Petroleum Engineers, 10.1981. ISBN 9781555636791. DOI: 10.2118/10179-MS.
- 5. Wong D. W., Harrington A. G., Cinco-Ley H. Application of the Pressure

# «Математическое моделирование и компьютерные технологии в процессах разработки месторождений»

Derivative Function in the Pressure Transient Testing of Fractured Wells //

SPE Formation Evaluation. — 1986. —OKT. — T. 1, № 05. — C. 470—480. — ISSN 0885-923X. — DOI: https://doi.org/10.2118/13056-PA.

- 6. Azari M., Wooden W. O., Coble L. E. Further Investigation on the Analytic Solutions for Finite-Conductivity Vertical Fractures //. Society of Petroleum Engineers, 01.1991. ISBN 9781555635176. DOI: 10. 2118/21402-MS.
- 7. A New Analytic Solution for Finite Conductivity Vertical Fractures

With Real Time and Laplace Space Parameter Estimation. All Days. —

10.1983. — (SPE Annual Technical Conference and Exhibition). — DOI:

10.2118 / 12013 - MS. - eprint: https://onepetro.org/SPEATCE/proceedings-pdf/83SPE/All-83SPE/SPE-12013-MS/2036573/spe-

12013-ms.pdf.

8. *Practical* Solutions for Pressure-Transient Responses of Fractured Horizontal Wells in Unconventional Shale Reservoirs / M. Brown [и др.] //

SPE Reservoir Evaluation and Engineering. — 2011. — Дек. — Т. 14, №06. — С. 663—676. — ISSN 1094-6470. — DOI: 10.2118/125043-PA. —eprint: https://onepetro.org/REE/article-pdf/14/06/663/2136853/spe-125043-pa.pdf.

- 9. *Stalgorova E., Mattar L.* Analytical Model for Unconventional Multifractured Composite Systems // SPE Reservoir Evaluation and Engineering. 2013. Июль. Т. 16, № 03. С. 246—256. ISSN 1094-6470. DOI: 10.2118/162516-PA. eprint: https://onepetro.org/REE/article-pdf/16/03/246/2141387/spe-162516-pa.pdf.
- 10. *Li C. et al.* Performance evaluation of multiple fractured horizontal wells in shale gas reservoirs //Energy Science & Engineering. − 2020. − T. 8. − №. 10. − C. 3657-3671.
- 11. *Guo J., Gu F., Zhou J.* Optimizing the Fracture Numbers And Predicting the Production Performance of Hydraulically? Fractured Horizontal Wells //PETSOC Annual Technical Meeting. PETSOC, 1997. C. PETSOC-97-108.